

RESUME COURT DE LA THESE

L'objectif de cette thèse est d'étudier des problèmes de finance et d'économie mathématique liés à la convergence de modèles complètement discrets (en temps et en états de monde) vers des modèles continus, plus particulièrement dans le contexte de choix de portefeuille. Ces résultats sont très importants pour la convergence des schémas numériques. Ces problématiques seront étudiées avec et sans incertitude de modèle.

Mots clés : Probabilités; Finance et économie mathématique; Convergence; Incertitude de modèle.

RESUME DE LA THESE

La convergence de modèles complètement discrets (en espace des états de la nature et en temps) vers des modèles continus est un sujet important pour les problèmes d'ordre numérique comme la convergence des schémas. Ils sont également intéressants d'un point de vue conceptuel puisqu'ils montrent la convergence de marchés incomplets (voir Carassus et Rasonyi [2007a et b]) vers des marchés complets. Bien que le sujet soit ancien (voir Prigent [2003]), des articles récents de Bayraktar et al. [2020] et Kreps et Schachermayer [2020] fournissent de nouveaux résultats.

La question principale de la thèse est la suivante : Étant donné une fonction d'utilité et une suite de marchés financiers avec des actifs sous-jacents $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ qui convergent faiblement vers S , sous quelles conditions les fonctions valeurs, les richesses optimales des problèmes de maximisation d'espérance d'utilité et les prix d'utilité convergent-ils vers la valeur correspondante pour le modèle donné par S ?

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la convergence des fonctions valeurs, des richesses optimales et des prix d'utilité dans le cadre du modèle de maximisation d'espérance d'utilité Von Neumann-Morgenstern à une seule croyance. Bayraktar et al. [2020] proposent des conditions de convergence de la fonction valeur et de la richesse terminale optimale dans le cas d'une fonction d'utilité définie sur $(0; \infty)$, et sous des hypothèses fortes que nous proposons d'assouplir.

Dans un deuxième temps, nous ferons une application numérique de ces résultats. Puis, nous nous proposons de traiter le cas, non encore traité et plus délicat, d'une fonction d'utilité définie sur $\mathbb{R}$. Nous pourrions alors considérer pour les expériences numériques une fonction d'utilité exponentielle.

La dernière partie de la thèse est complètement novatrice car elle se propose d'étudier la convergence des fonctions valeurs et des stratégies optimales dans le cadre d'incertitude de modèle. Le cadre envisagé est celui de Rásonyi et Meireles-Rodrigues [2021].

Les résultats prévus permettront de mieux comprendre l'articulation théorique discret/continu dans ces problèmes de théorie de la décision. Ils fourniront également une base théorique pour la convergence de schémas numériques dans les problèmes de choix de portefeuille.

Bibliographie partielle du projet de thèse :

- E. Bayraktar, Y. Dolinsky, and J. Guo. Continuity of utility maximization under weak convergence. *Math Finan Econ*, 2020.
- L. Carassus and M. Rásonyi. Optimal strategies and utility-based prices converge when agents' preferences do. *Mathematics of Operations Research*, 2007a.
- L. Carassus and M. Rásonyi. Convergence of utility indifference prices to the superreplication price: the whole real line case. *Acta Applicandae Mathematicae*, 2007b.
- F. Knight. *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston, MA: Hart, Schaffner Marx; Houghton MifflinCo, 1921.
- David M. Kreps and Walter Schachermayer. Convergence of optimal expected utility for a sequence of discrete-time markets. *Mathematical Finance*, 30(4), 2020
- J.L. Prigent. *Weak Convergence of Financial Markets*. Springer Finance. Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- M. Rásonyi. On utility maximization without passing by the dual problem. *Stochastics*, 2017.
- M. Rásonyi and A. Meireles-Rodrigues. On utility maximisation under model uncertainty in discrete-time markets. *Mathematical Finance*, 31(1), 2021
- J. Von Neumann and O. Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ. 1947.

PLAN DE REALISATION

- Début : Novembre 2024
- Année 2024-2025 : lecture de la bibliographie, travaux théoriques sur la convergence dans le cas où le domaine de la fonction est $(0; \infty)$,
- Année 2025-2026 : travaux sur l'application numérique et travaux théoriques sur la convergence dans le cas où le domaine de la fonction est $\mathbb{R}$.
- Année 2026-2027 : travaux dans le cas d'incertitude de modèle lorsque le domaine de la fonction est $(0; \infty)$. Rédaction de la thèse.
- Fin : Septembre 2027.

UNITE DE RECHERCHE ET ENCADREMENT

L'unité de recherche est l'UMR 9008 LMR Laboratoire de Mathématiques de Reims

<https://www.univ-reims.fr/accueil/bienvenue-sur-le-site-du-laboratoire-de-mathematiques,10063,18100.html>

La thèse sera encadrée par Laurence CARASSUS.

Contact : laurence.carassus@univ-reims.fr